

計算機断層法と計算機ホログラフィーを結合した可視化方法*

大坊 真洋**、田山 典男***

従来、3次元計算機断層法(CT)の結果は、コンピュータ・グラフィクス(CG)によってモニターに表示されているが、立体視ではないので奥行き感に乏しい。CTの結果を計算機ホログラフィ(CGH)で表示できるならば、他の立体視に比べて自然な立体感が得られる。しかし、CTもCGHも計算量が膨大であり、それぞれを計算する方法は効率的ではない。そこでCTとCGHを一つに統合して、1ステップで計算する方法を提案する。本方法は、電子計算機によるデジタル演算と、ホログラムにおけるアナログ光演算作用を組み合わせ合わせた新しい3次元可視化方法である。本方法を実証するために、X線TV装置で測定した投影データをホログラムへ直接変換して、そのホログラムをレーザーで再生したところ、3次元空間にCT断面が再構成された。

キーワード：計算機断層法、計算機ホログラム、特異値分解、逆問題

Visualization Method by Combination Computed Tomography with Computer Generated Holography

DAIBO Masahiro and TAYAMA Norio

This paper presents direct data conversion method that is from x-ray projection data to the hologram data using combination of Computed Tomography (CT) with Computer Generated Hologram (CGH). A generalized inverse matrix which is obtained by the singular value decomposition for a few projection CT. To combine CT and CGH by direct conversion matrix, a phase matrix of CGH is multiplied with the inverse matrix. Incorporating holographic analog computation into CT reconstruction, it becomes possible that the calculation amount is reduced. We demonstrate the CT cross section which is reconstituted by laser in the 3-D space using the x-ray projection data acquired by x-ray television.

key words: CT, CGH, SVD, inverse problem

1 緒 言

X線CT装置は、医療診断¹⁾で普及しており、我々は多くの恩恵を受けている。さらに、工業製品の非破壊検査にも使われており、製品開発サイクルの短縮や、製品の信頼性や安全性を向上させることに大きく寄与している。

現在、CTの結果はコンピュータグラフィクス(CG)CRT画面上に表示する方法が一般的であり、表示されている像に視差効果は働いていない。立体を自然に認識するためには、(1)左右の目が空間的に離れていることに起因して網膜に結像する像がズレる視差と、(2)水晶体の厚さが距離に依存するピントの調整と、(3)左右の目が内側を向く輻輳の3つの生理的要因が重要とされている。CGでCRT上に表示された通常の画像では、これらの生理的要素をどれも満たしておらず、経験や心理的效果に頼って立体を認識しているので、立体感に乏しい。

そこで、立体ディスプレイによって3次元CTの結果を表示すれば、立体認識が容易になり得る。実用化されている代表的な立体ディスプレイに二眼立体視があるが、視差、調整、輻輳の関係が不自然であり、長時間使用すると疲労を生じるといった問題がある²⁾。

一方、ホログラムは、実際の物体と等価な波面を再現するので、前述した立体視の生理的3要因のバランスが自然であり、立体視には理想的である。計算機ホログラフィ(CGH)では、ホログラムが数値データとして求められる。光の波面を制御できるデバイスを使って、その数値データに対応して波面を制御すれば、即時に立体像を再現することが可能である。そこで、3次元CTとCGHを組み合わせれば、物体の内部を自然な立体感で透視する全電子的な3次元可視化システムが実現可能になる。このようなシステムを実現するための課題の一つに、膨大な計算(CT及びCGH)の処理方法がある。我々は、この課題を解決する一手法として、3次元CTとCGHを一つに統合することによって、計算量を大幅に減少させる方法を考案した^{3, 4)}。

本論文では、初めにCTとCGHの計算を行列で表現して、2つの計算を統合する具体的な方法を述べる。次にその方法を確認するための実験方法を述べ、最後にCT断面をホログラムで光学的に再生した実験結果を示す。

2 実験方法

2-1 直接変換の概念

*CTスキャナーとホログラムによる透視システムの研究(第2報)(基盤的先導的技術研究推進事業)

電子機械部、*岩手大学工学部

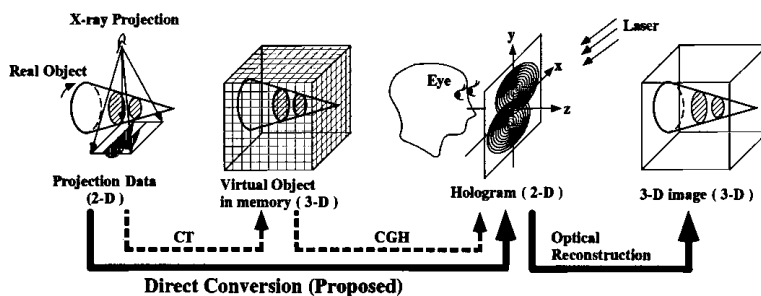


図1 投影データからホログラムデータへ直接変換するデータフロー

図1に、X線投影データからホログラムへ変換するデータフローを示す。データの次元に注目すると、入力する投影データは、3次元CTの場合は2次元であり、出力されるホログラムも2次元データである。しかし中間の仮想物体は一般に膨大な3次元データである。特に上下方向の視差も実現するためにフレネルホログラムをCGHに採用する場合には、仮想物体の標本点とホログラムの標本点の全ての組み合わせを計算することが必要となる。このため3次元物体のように、標本点数が増加すると計算量が大幅に増大する問題に直面する。

そこで本論文では、3次元CTとCGHを1つに統合した直接変換の概念を提案する。すなわち、図1の実線の矢印のように、X線投影データからホログラムを直接生成するという新しい概念である。このようにすると、2次元の投影データから、3次元の仮想物体データを経由せずに、2次元のホログラムデータへ直接変換されるので、膨大な3次元データを生成する計算量や格納するメモリ容量が不要となる。

ホログラムから3次元像への復元は、レーザー光がホログラムで回折される光学的現象により、瞬時に自動的に行われる。しかも、視点を動かした時でも再計算することなく、連続的な視差(上下左右、遠近共)を同時に実現している。本論文で提案するCTとCGHを統合する手法によって、再構成においても、また3次元表示においても、計算機は膨大な3次元の計算から解放される。

2-2 線形代数的CTにおける投影モデリング

CTとCGHを統合するために、CTの計算式を行列で表現する。CTの計算方法として特異値分解による線形代数的な方法^{5, 6)}を採用する。X線投影データと物体の各点でのX線吸収は、式(1)で関係づけられる。

$$\mathbf{p} = \mathbf{C} \boldsymbol{\mu} \quad (1)$$

ここで投影ベクトル \mathbf{p} は、実測で求まる M 個の投影値を、縦1列に並べた M 次元ベクトルである。X線減衰係数ベクトル $\boldsymbol{\mu}$ は、未知数であり、 N 次元ベクトルである。投影モデル行列 \mathbf{C} は $M \times N$ 長方形行列であり、その要素 c_{mn} は、 n 番目の標本点に中心を持つ点広がり関数 PSF を、 m 番目のX線経路で線積分した投影影響係数である。

2-3 特異値分解による逆問題の解法

\mathbf{C} は長方形行列であり、投影ベクトル \mathbf{p} は実測データなので、誤差が含まれる。このような条件で、逆行列を求める方法として、特異値分解がある。特異値分解は、式(2)のように、 $M \times N$ の長方形行列である投影モデル行列 \mathbf{C}

を、 $M \times M$ の直交行列 \mathbf{U} と、 $M \times N$ の対角行列 $\boldsymbol{\Lambda}$ と、 $N \times N$ の直交行列 \mathbf{V} の3つに分解する手法である。

$$\mathbf{C} = \mathbf{U} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{V} \quad (2)$$

ここで、直交性より $\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{I}_I$ である。 \mathbf{I}_I は単位行列である。行列 $\boldsymbol{\Lambda}$ の対角要素は、大きい順に並んだ特異値 λ_i からなる。 $\boldsymbol{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$, $r = \min(M, N)$, $1 \leq i \leq R_0$ において $\lambda_i > 0$, $i \leq R_0 + 1$ において $\lambda_i = 0$ である。 R_0 はランクである。投影モデル行列 \mathbf{C} に対する一般逆行列 \mathbf{C}^* は、式(3)で与えられる。

$$\mathbf{C}^* = \mathbf{V} \boldsymbol{\Lambda}^* \mathbf{U}^T \quad (3)$$

ここで $\boldsymbol{\Lambda}^*$ は、式(4)で示すように、 R 番目までの特異値を逆数にし、 $R+1$ 番目以降を0として、 R 番目で打ち切った対角行列である。

$$\boldsymbol{\Lambda}^* = \begin{pmatrix} \text{diag}(\lambda_1^{-1}, \dots, \lambda_R^{-1}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (4)$$

未知のX線減衰係数ベクトル $\boldsymbol{\mu}$ は、式(5)で求められる。

$$\boldsymbol{\mu} = \mathbf{C}^* \mathbf{p} \quad (5)$$

2-4 計算機ホログラムの行列表現

図2でフレネル・ホログラムの計算のモデルを説明する。仮想物体、参照光、およびそれらの干渉縞を記録するホログラムの位置関係が示されている。仮想物体の周辺には、投影データが表示されている。仮想物体を、標本点上に分布した多数の点光源の集合で構成されているとする。仮想物体はCTの再構成画像に相当する。仮想物体から発生する物体光 W_o は、各点光源からの球面波の総和となり、ホログラム面上で、式(6)で表すことができる⁷⁾。

$$W_o = \sum_{j=0}^L \frac{A_{oj}}{r_{jk}} \exp \left\{ i \left(\frac{2\pi}{\lambda_h} r_{jk} + \phi_j \right) \right\} \quad (6)$$

ここで、 A_{oj} : 仮想物体の j 番目の点光源から発せられる物体光の振幅、 r_{jk} : 仮想物体の j 番目の標本点とホログラムの k 番目の標本点間の距離、 ϕ_j : j 番目の物体光の初期位相、 λ_h : レーザ光の波長、である。

参照光 W_r は、再構成像と重ならないように例えば平面波を y 方向に θ 傾いた方向から入射させて、オフアキシスとする。

$$W_r = A_r \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda_h} y_k \sin \theta \right) \quad (7)$$

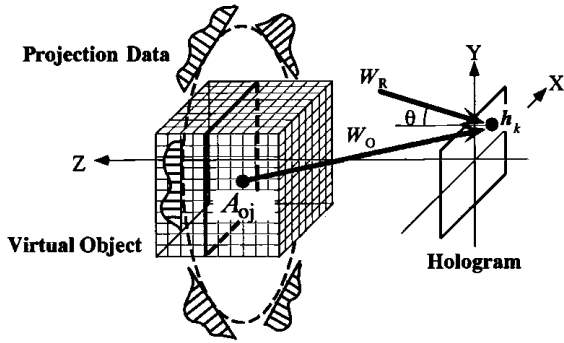


図2 CTとCGHの結合モデル

ここで、 A_R : 参照光の振幅である。

ホログラムには、振幅の絶対値の二乗が記録され、直流成分を省略すると式(8)を得る。 \Re は実部を意味する。

$$\begin{aligned}
 h(k) &= \Re(W_0 W_R^*) \\
 &= \Re \left[\sum_{j=0}^L \frac{A_{Oj}}{r_{jk}} \exp \left\{ i \left(\frac{2\pi}{\lambda_h} r_{jk} + \phi_j \right) \right\} \right] A_R \exp \left(-i \frac{2\pi}{\lambda_h} y_k \sin \theta \right) \\
 &= A_R \sum_{j=0}^L \psi_{jk} A_{Oj} \quad (8)
 \end{aligned}$$

但し

$$\psi_{jk} = \frac{\cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_h} (r_{jk} - y_k \sin \theta) + \phi_j \right)}{r_{jk}} \quad (9)$$

式(8)をみると、物体光の振幅と位相項が積和される形式であるので、式(10)に示したように行列で表現することが可能である。

$$\mathbf{h} = \Psi \mathbf{a} \quad (10)$$

\mathbf{h} は、ホログラム・ベクトルであり、要素数が L 個の列ベクトルである。 Ψ は、位相行列であり、行数が L で列数が N の長方形行列である。 \mathbf{a} は、仮想物体の振幅ベクトルであり、 N 次列ベクトルである。

2-5 直接変換

CTとCGHは、それぞれ式(5)、式(10)に示したように行列で表現でき、 \mathbf{C}^* と Ψ は、いずれも前もって計算が可能な定数行列であるので、行列の掛け算で統合することができる。仮想物体を、X線減衰係数に比例した振幅で発光する点光源から構成された透明な物体とする。

$$\boldsymbol{\mu} = \mathbf{a} \quad (11)$$

式(5)、式(10)、式(11)により、式(12)が得られる。

$$\mathbf{h} = \mathbf{G} \mathbf{p} \quad (12)$$

但し

$$\mathbf{G} = \Psi \mathbf{C}^* \quad (13)$$

式(12)により、投影ベクトル \mathbf{p} からホログラムベクトル \mathbf{h} へ1ステップで変換することが可能となる。 \mathbf{G} は“投影ホログラム変換行列”と呼び、 $L \times M$ の長方形行列である。行列の掛け算によって、仮想物体の標本点数 N の要素数を有するベクトルは、スカラーに集約されてい

る。ここで、必要となるメモリーサイズ並びに実行時の積和演算回数について、2ステップの場合と1ステップの場合を比較する。2ステップの場合には、いずれも $N(M+L)$ となる。1ステップの場合には、いずれも ML となり、膨大な数 N を含んでいない。

2-6 X線装置による投影データ収集

X線テレビ装置の中に試料回転装置を挿入して、X線を照射しながら、所定の角度で試料を回転させた。試料の回転範囲は π とし、 $\pi/9$ 毎に投影を行った。対数変換をして投影値を求め、水平画素毎、回転ステップ毎に順番に並べて投影ベクトル \mathbf{p} とした。

2-7 ホログラムの記録・再構成方法

式(12)の計算によって求められたホログラムベクトル \mathbf{h} を、512毎に折り返して、 512×512 画素、256階調のホログラムパターンに変換した。そのホログラムパターンを、21インチのモニターに表示し、一眼レフカメラでフィルムへ縮小撮影した。フィルム上のホログラムのサイズは 3.2×3.2 mmである。ホログラムの再生時の光源にはHe-Neレーザを使用した。ホログラムを透過して結像した実像を、レンズを取り外したカメラのCCDチップ(1/2インチ、画素数682(H)×492(V))上に結像して観察した。またホログラムを肉眼でのぞき込んで虚像の観察も行った。

3 結果

投影ホログラム変換行列 \mathbf{G} のサイズは4バイト精度で記録して、 $4ML=1.1$ GB、となった。2ステップの場合の位相行列と一般逆行列の合計、 $4N(M+L)=4$ GB、と比較して、約4分の1程度に減少した。3次元CTとなると、3次元仮想物体の標本点数 N が膨大になるので、CTとCGHの統合による計算量低減の効果は、非常に大きくなると考えられる。

投影ホログラム変換行列 \mathbf{G} と投影ベクトル \mathbf{p} を掛け算して、ホログラムベクトル \mathbf{h} を求める演算時間は、ディスクアクセスを含めて11minであった。本方法では式(12)で表される実行時の計算が ML 回に単純化されるといいう実用上の大きなメリットがある。投影データ収集後の実行時の計算は、定係数行列とベクトルの掛け算だけなので、並列処理が可能である。また単純な積和演算の繰り返しなのでハードウェア化も容易であり、原理的に高速化に適していると考えられる。

図3に、直接変換によって求めたホログラムパターンの1例を示す。

図4に、直接変換によって求めたホログラムをレーザで照明してCT断面を再構成し、実像を観察した結果を示す。対象物は図4(a)に示しているように、アルミ製の丸棒($\phi=5$)に深さの異なる穴($\phi=1$)を開けたものである。同図(b),(c),(d)は、断面A-A', B-B', C-C'を通る投影データを、それぞれホログラムへ直接変換して、レーザにより再構成されたCT断面である。投影ホログラム変換行列は、いずれも同一のものを使用している。再構成された実像は、ホログラムとCCDの距離が位相行列の計算パラメータに一致した $Z=250$ mmのときに焦点が

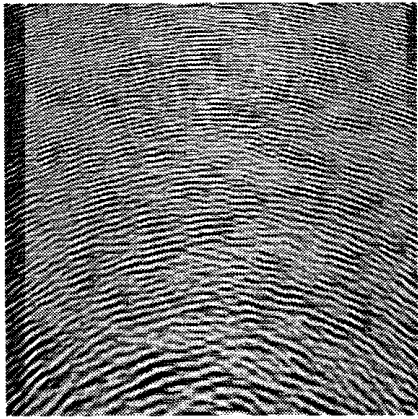


図3 直接変換によって得られたホログラムの一例

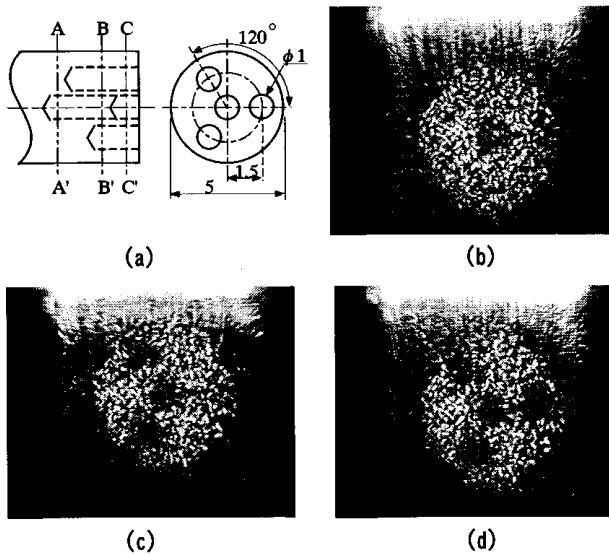


図4 レーザによるCT断面の再構成結果
(a)観測対象物形状, (b)A-A'断面
(c)B-B'断面, (d)C-C'断面

合った。

また、作成したホログラムは小さく(3.2×3.2mm)、両眼で観察することができないが、単眼でホログラムをのぞき込むと、ホログラムの奥にCT断面の虚像を確認できた。また視点を動かすとモーションパララックスにより、上下左右共に視差を感じ、滑らかで連続的な視差が得られた。

4 考 察

投影ホログラム変換行列Gの特定の列ベクトルを選択して512要素毎に折り畳んでホログラムとし、レーザで再生したところ直線状の像が再構成された。このホログラムは、投影線1本毎に対応しており、直接変換における基本単位となるホログラムであるので、“単位投影線ホログラム”と呼ぶことにする。再構成結果をみると、仮想物体の中で、X線投影経路に直線状の光源がある場合のホログラムと等価になっていることがわかる。すなわちホログラムは、単位投影線ホログラムを、各投影ベクトルの要素の大きさに重み付けして、全ての投影線分

を重ね合わせた結果であると考えることができる。

5 結 論

本論文では、3次元物体の内部構造を、自然な立体像として高速に可視化する方法を提案した。少数投影計算機断層法(CT)と計算機ホログラフィ(CGH)を行列で表現して一つに統合することにより、膨大な3次元CTデータの生成計算を不要にした。新しいシステムの成立を実証するために、X線装置やレーザ照射を含む小規模な実験を行い、ホログラムから連続的な視差を有するCT断面像の観察に成功した。

本方法は、各方向の投影データに対応した計算結果を、回折により光学的に3次元空間へバックプロジェクションし、アナログ加算作用により立体像を生成している。本方法では、ホログラムにおけるアナログ光演算機能が3次元可視化システムの中に組み込まれており、電子計算機によるデジタル演算と、光によるアナログ演算を組み合わせた方法と言える。

本方法は、3次元物体に対する少数X線投影データから行列計算だけで3次元CT像を自然な立体像として即時に再現するものであり、医療診断や非破壊検査の分野で新しい3次元透視システムの実現が期待される。

文 献

- 1) (編) 隈崎達夫, 小林尚志: 新世代3次元CT診断, 南江堂 (1995)
- 2) 本田捷夫: ホログラフィ技術を用いる三次元分布データの立体像表示, 可視化情報, 17(66), 9 (1997)
- 3) M. Daibo and N. Tayama: Visualization of x-ray computer tomography using computer generated holography, *proc. SPIE*, 3457, 134 (1998)
- 4) 大坊真洋, 田山典男: 計算機ホログラムとX線計算機断層法を統合した3次元可視化, 電子情報通信学会論文誌D II (掲載予定)
- 5) M. Daibo, T. Minamihaba, T. Hasegawa, T. Kumagai, M. Fujisawa and N. Tayama: Developments of CT system using singular value decomposition method, *proc. SCAR96 Computer Applications to Assist Radiology*, 475 (1996)
- 6) 大坊真洋, 田山典男, 長谷川辰雄, 南幅留男: 2次元標準化モデルと特異値分解によるX線CT画像再構成アルゴリズム, 計測自動制御学会論文集, 34(12), 1937 (1998)
- 7) M. Lucente: Interactive computation of holograms using a look-up table, *Journal of Electronic Imaging*, 2(1), 28 (1993)