

行列表現した計算機ホログラフィによる回折光学素子の設計方法*

大坊 真洋**, 多田 三郎**

計算機ホログラムの演算を、行列の形式に定式化した。任意の形状の物体から発せられる波面をホログラムに変換するソフトウェアを開発した。写真縮小法によりホログラムをフィルムに記録して、回折光学素子を試作した。He-Neレーザでホログラムを再生したところ、試作した回折光学素子は、異なった焦点距離で多数点に同時に集光できた。

キーワード：ホログラフィ，CGH，回折光学素子

Design Method for Diffraction Optics Device using Computer Generated Holography in a Matrix Style

DAIBO Masahiro and TADA Saburo

A principle of computer generated holography has been formulized in a matrix style. We develop a software which can generate hologram from wave front of arbitrary objects. The hologram is recorded on the high resolution film as the diffraction optics device by using photo reduction process. He-Ne laser is employed to reconstruct the hologram. The diffraction optics device obtained can focus multi point in different depth in parallel.

key words : Holography, CGH, Diffraction Optics Device

1 緒 言

光エレクトロニクスの急激な発展に伴い、微細光学素子（マイクロ・オプティクス・デバイス）の重要性が高まっている。微細光学素子の応用分野は、光ディスクメモリ、光ファイバー通信、光計測、並列光演算など、きわめて広範囲に拡大している¹⁾。微細光学素子が利用する現象のなかでも、光の回折は重要である。その回折現象を最も巧みに応用しているのがホログラム^{2~4)}である。ホログラムは、物体光と参照光による干渉縞を利用することによって、光波の振幅と位相の両方の情報を記録したものである。一方、通常の写真は、物体光の振幅の2乗（強度）を記録したものにすぎない。旧来のホログラムは、レーザで光学的に干渉させてホログラムを記録していたが、このホログラムを計算で求める方法が、計算機ホログラフィである。

ホログラフィは、光の進む向きと強度を自由自在に制御する技術ともいえる。このためホログラムは、レンズの代わりに利用することができ、光ディスクメモリであるCDやD V Dの光ヘッド⁵⁾や、半導体レーザのレンズやビームスプリッタの代替⁶⁾にも利用されている。普通のレンズでは1点しか焦点を結ぶことができないが、ホ

ログラムならば任意の個数で、任意の位置に焦点を結ぶことが可能となる。さらに、ホログラムは位相成分も記録しているので、いわゆる3次元画像の奥行き情報も記録できる。この特徴があるため、物体があたかも空間に浮き上がっているように表示する立体ディスプレイなどにも利用されている。

本研究は、行列表現した計算機ホログラフィにより多焦点を実現する回折光学素子の設計技術を確立する。また、計算機ホログラフィによる回折光学素子を試作して、その機能を確認する。これら技術を確立することより、今後、大きな発展が期待されている光エレクトロニクス分野での開発力と指導力の向上を図ることを目的とする。

本報告では、はじめに計算機ホログラムの演算を、行列の形式で定式化する理論について述べる。そして、任意の形状の物体から発せられる波面をホログラムに変換するソフトウェアについて説明する。また、写真縮小によりフィルムに記録する回折光学素子の作成方法について述べる。さらに、回折光学素子にHe-Neレーザを照射して、波面を再生した実験結果について述べる。

* CTスキャナーとホログラムによる透視システムの研究（第1報）

** 電子機械部

2 実験方法

2-1 計算機ホログラムの理論と行列表現

図1にホログラムの計算のモデルを示す。オブジェクトと参照光と、それらの干渉を記録するホログラムの位置関係を示している。オブジェクトは、多数の点光源の集合から構成されているとしている。点光源は、各標本点にあり、その振幅（明るさに相当）の分布で任意の形状のオブジェクトを表現する。

点光源から放射される球面波は、ヘルムホルツの方程

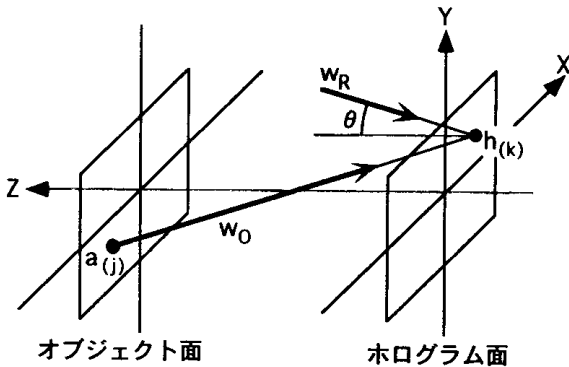


図1 ホログラムの計算モデル
オブジェクト面、ホログラム面、参照光のジオメトリを示している。

式の解¹⁾の発散球面波の項を採用し、時間的なコヒーレント光による干渉を前提とすることにより、時間変動項を削除して、式(1)で表現できる。

$$w = \frac{a}{r} \exp\left\{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}r + \phi\right)\right\} \quad \dots (1)$$

m個の点光源から構成されているオブジェクトから放射されるオブジェクト光 w_O は、ホログラム面上では各々の点光源からのオブジェクト光の総和となり、式(2)で表すことができる。

$$w_O = \sum_{j=0}^m \frac{a_{Oj}}{r_{jk}} \exp\left\{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}r_{jk} + \phi_{Oj}\right)\right\} \quad \dots (2)$$

$$r_{jk} = \sqrt{(x_j - x_k)^2 + (y_j - y_k)^2 + z^2} \quad \dots (3)$$

ここで、 a_{Oj} : j番目のオブジェクト光の振幅、 r_{jk} : j番目のオブジェクト点とk番目のホログラム点間の距離、 ϕ_{Oj} : j番目のオブジェクト光の初期位相、 λ : 波長、 x_j, y_j : j番目のオブジェクト点の座標、 x_k, y_k : k番目のホログラム点の座標、 z : オブジェクト面とホログラム面のz方向の距離、である。
さらに詳しくは、下記の通りである。

$$m = m_x m_y, \quad n = n_x n_y$$

$$j = j_x + m_x j_y, \quad k = k_x + n_x k_y$$

$$x_j = \Delta x_O \cdot j_x, \quad y_j = \Delta y_O \cdot j_y$$

$$x_k = \Delta x_H \cdot k_x, \quad y_k = \Delta y_H \cdot k_y$$

ここで、 m : オブジェクトの標本点数、 j : オブジェクトの標本点番号、 n : ホログラムの標本点数、 k : ホログラムの標本点番号、 Δx_O : オブジェクトの標本化間隔、 Δx_H : ホログラムの標本化間隔、サフィックスの x, y はそれぞれx方向とy方向、を意味する。

参照光 w_R は、off axisとするために、平面波としてy方向に θ 傾いた方向から入射させる。

$$w_R = a_R \exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}y_k \sin\theta\right) \quad \dots (4)$$

ここで、 a_R : 参照光の振幅、である。

オブジェクト光と参照光を干渉させて、その干渉縞をホログラムに記録する。ホログラムの記録に使用するフィルムは、光波の波面を直接記録できるわけではなく、オブジェクト光と参照光を干渉させて、その干渉波の振幅の2乗の時間平均の強度 $h(x, y)$ が記録される。

$$\begin{aligned} h(x, y) &= |w_O + w_R|^2 \\ &= \left| \text{Re}(w_O) + \text{Re}(w_R) + i\{\text{Im}(w_O) + \text{Im}(w_R)\} \right|^2 \\ &= |w_O|^2 + |w_R|^2 + 2\text{Re}(w_O w_R^*) \end{aligned} \quad \dots (5)$$

$\text{Re}(\cdot)$ は実部、 $\text{Im}(\cdot)$ は虚部を意味する。 w_R^* は w_R の共役である。

式(5)の第1項と第2項は、直流成分であり、像の再生には無効であり、ホログラム記録材料のダイナミックレンジを無駄にするので省略する^{7, 8)}。

ホログラム面の干渉波の強度 $h(x, y)$ を標本化して $h(k)$ で表すと、式(6)になる。

$$\begin{aligned} h(k) &= \text{Re}(w_O w_R^*) \\ &= \text{Re}\left\{ \left[\sum_{j=0}^m \frac{a_{Oj}}{r_{jk}} \exp\left\{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}r_{jk} + \phi_{Oj}\right)\right\} \right] a_R \exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda}y_k \sin\theta\right) \right\} \\ &= a_R \sum_{j=0}^m d_{jk} a_{Oj} \end{aligned} \quad \dots (6)$$

ただし、 d_{jk} は位相項で、

$$d_{jk} = \frac{\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(r_{jk} - y_k \sin \theta) + \phi_{Oj}\right)}{r_{jk}} \quad \dots (7)$$

である。

式(6)をみると、オブジェクトの振幅 A_{Oj} と位相項 d_{jk} は積和される形式であり、式(8)に示したように行列表現できる。

$$\begin{pmatrix} h_0 \\ h_1 \\ \vdots \\ h_{n-1} \\ h_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{(0,0)} & d_{(0,1)} & \dots & d_{(0,m-1)} & d_{(0,m)} \\ d_{(1,0)} & d_{(1,1)} & \dots & d_{(1,m-1)} & d_{(1,m)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ d_{(n-1,0)} & d_{(n-1,1)} & \dots & d_{(n-1,m-1)} & d_{(n-1,m)} \\ d_{(n,0)} & d_{(n,1)} & \dots & d_{(n,m-1)} & d_{(n,m)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{O(0)} \\ a_{O(1)} \\ \vdots \\ a_{O(m-1)} \\ a_{O(m)} \end{pmatrix} \quad \dots (8)$$

$$h = D a \quad \dots (9)$$

ただし、ただし、 a_R は参照光の振幅であり、一定であるので省略した。 h は、ホログラム・ベクトルであり、要素数が n 個の縦ベクトルである。 D は位相行列であり、行数が n で列数が m の長方形行列である。これは、オブジェクトを置く標本空間とホログラムの位置関係を決めれば、オブジェクトの形状とは独立に、あらかじめ計算することができる。 a は、物体ベクトルであり、要素数が n 個の縦ベクトルである。

2-2 ホログラムの計算

図2に本研究で行う実験フローを示す。破線で囲まれた部分は、計算機で実行するソフトウェア部分である。

はじめにオブジェクトのデザインを行う(図3)。ホログラムをレーザーで照射した時に、最終的に、特定の深さの平面に、このパターンで集光させることが目的である。画像ソフトウェアで画像データを作成し、次にその画像データを、各要素が4バイトのオブジェクト・ベクトル・データへ変換した。

一方、位相行列は、オブジェクトとホログラムの位置関係で決定されるので、あらかじめ計算しておくことができる。計算パラメータは、オブジェクト標本点数： $m=16 \times 16=256$ 、ホログラム標本点数： $n=1280 \times 1024=1,310,720$ 、オブジェクト標本化間隔： $500 \mu\text{m}$ 、ホログラム標本化間隔： $6.25 \mu\text{m}$ 、参照光角度： $\theta=7.8e^{-3}[\text{rad}]$ 、波長： $\lambda=0.6328 \mu\text{m}$ 、オブジェクト面とホログラム面の距離： $z=256\text{mm}$ と 300mm の2層、である。

オブジェクトデータから発生する球面波の初期位相は、オブジェクトの標本点毎にランダムにした。これは、スペckルによる不要な干渉の悪影響を最小限にするためである。

また、プログラムの汎用性を考えてC言語で開発する

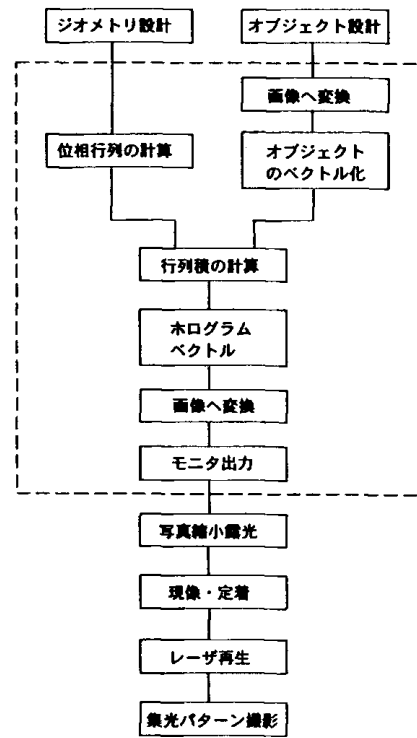
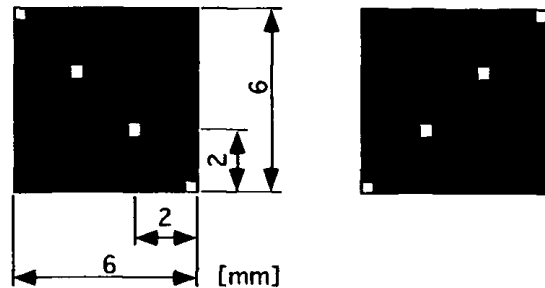


図2 実験のフローチャート
破線部は計算機で実行する。



(a) (b)
図3 オブジェクトのパターン
白い部分に各焦点距離 d で集光される。
(a) $d=256 \text{ mm}$, (b) $d=300 \text{ mm}$

ため、行列データがファイルに書き込まれる順序は、行が最初である。さらに、実装メモリの関係から、一度にメインメモリに全データを読み込んで計算するのが不可能であり、分割して計算する必要がある。また、物体点数を増大させた場合、初期位相の保存にメモリーを消費する。このような理由により、位相行列 D は転値した D^T の形式で保存することにした。

次に、転値した位相行列とオブジェクト・ベクトルの行列積を計算した。

計算は、PC(Pentium II 266MHz, メモリー512MB, HDD 8GB, WindowsNT4.0)で実行した。

2-3 ホログラムの記録方法

図4にホログラムの記録方法を示す。計算で求められ

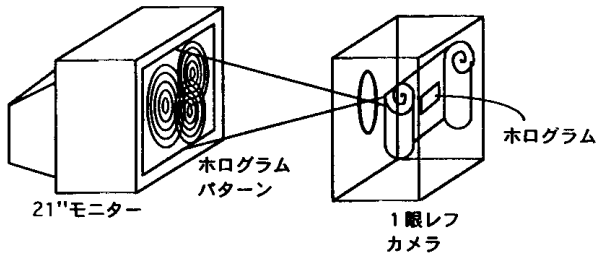


図4 ホログラムの記録方法

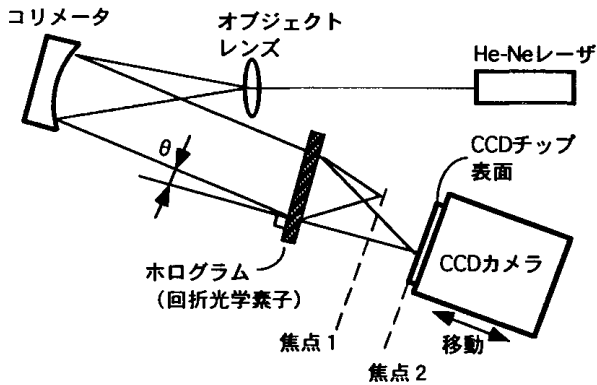


図5 ホログラムの再生方法

たホログラムパターンを、21インチの大型モニターに表示した。モニタの解像度は、ホログラム標本点数と同じ1280×1024画素である。一眼レフカメラで、モニターとの距離を調節して、フィルム上で8×6mmになるようにして、モニターに表示されたホログラムを撮影した。ホログラム標本化間隔は6.25 μmなので、縦横1280×1024画素を掛けると、8×6mmになる。フィルムは、富士写真フィルム製のMiniCopyFilm HR II (ISO-ASA 6)を使用した。

2-4 ホログラムの再生方法

図5にホログラムの再生方法を示す。光源にはHe-Neレーザを使用した。再生光は、対物レンズ(20倍)で拡大して、凹面鏡によりコリメートして、平面波でホログラムを再生した。ホログラムを透過して結像した実像を、レンズを取り外したCCDカメラのCCDチップ(1/2インチ、画素数682(H)×492(V))で直接観察した。

各光学エレメントを配置し、不要な振動を吸収するために、砂箱をタイヤチューブの上に乗せた光学ベンチ(サイズ1000×2000×400mm)を製作した。

3 実験結果及び考察

3-1 計算によるホログラムパターン

上記の条件での位相行列のサイズは、ホログラムの1画素あたり4byteの精度としたので、4byte×2層×m×n=2.5GBとなった。転値した位相行列 D^T を、計算する

ときの実行時間は、PCで62minであった。

次に、転値した位相行列 D^T とオブジェクト・ベクトル a の行列積を計算した。実行時間は60minであった。行列の形式にしたので、オブジェクトとホログラムの標本点の位置関係に変化がない限り、位相行列はどのようなオブジェクトに対しても共通に使用することができる。

ホログラムベクトルを画像化したホログラムパターンの例を図6、図7に示す。図6は、焦点距離が256mmで、1点に集光させる場合のホログラムパターンである。同心円状のフレネルパターンが生成されていることがわかる。参照光角度は、 $\theta=7.8e-3[\text{rad}]$ 傾けたので、off axisとなっている。ホログラム標本点数は、 $n=1280 \times 1024=1,310,720$ である。濃度は256階調であり、同じ濃度の部分が同一位相である。

図7は、図3のオブジェクトを記録したものであり、焦点距離が256mmと300mmのところ、それぞれ4点、合計8点の焦点を結ぶためのホログラムパターンである。これらのホログラムパターンは、実サイズは8mm×6mmであり、これを21インチモニターに表示したので、撮影時の拡大率は約50倍である。

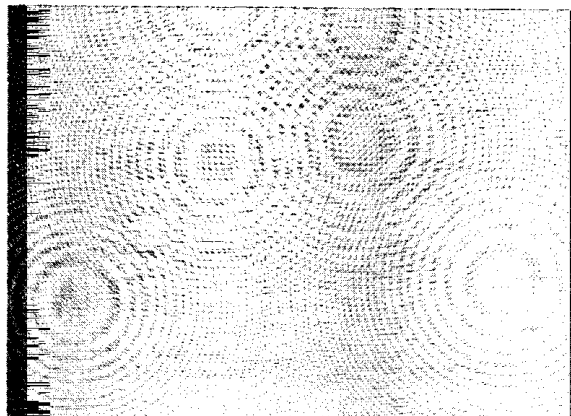
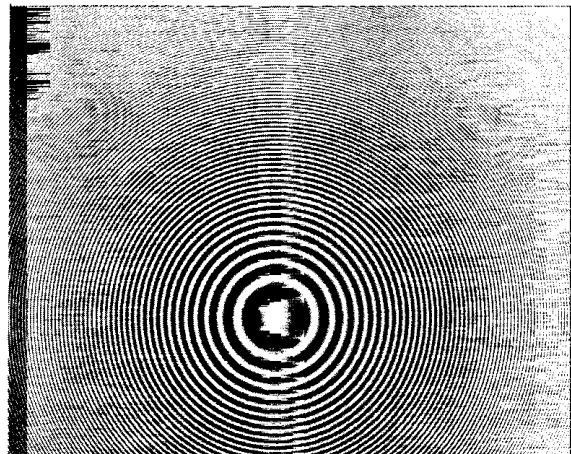


図7 ホログラムパターン 2つの焦点距離(256, 300mm)に各4点、合計8点に集光する

3-2 回折光学素子

回折光学素子は、35mm高解像銀塩フィルムに記録し、現像・定着処理を施して、それをスライドプレートに挟み込んで固定した。回折光学素子となっているホログラムの有効面積は、8mm×6mmである。有効面積以外の場所を透過する0次光をできるだけ遮光するために、8mm×6mmの開口を持つ窓を取り付けた。

このホログラムは、干渉縞を銀の析出した濃度分布として表しているの、振幅ホログラムとなっている。

3-3 結像

図8に結像結果を示す。CCDチップのサイズが像全体よりも小さいので、各焦点距離で4点ある焦点のうち、下側の3点のみを示す。図8(a)は焦点距離256mm、図8(b)は焦点距離300mmである。矢印の先の輝点が焦点であり、下側3/4程度の全体的に明るく見えている領域は、窓を通り抜けてきた0次光である。

焦点距離が256mmの時(図8(a))は、焦点距離が256mmのオブジェクト(図3(a))に対応した像となり、300mmのオブジェクト(図3(b))に対応した像は、分散されて焦点を結んでいない。焦点距離が300mmの場合は、その反対となっている。

このように、本実験により複数の焦点距離で焦点を持

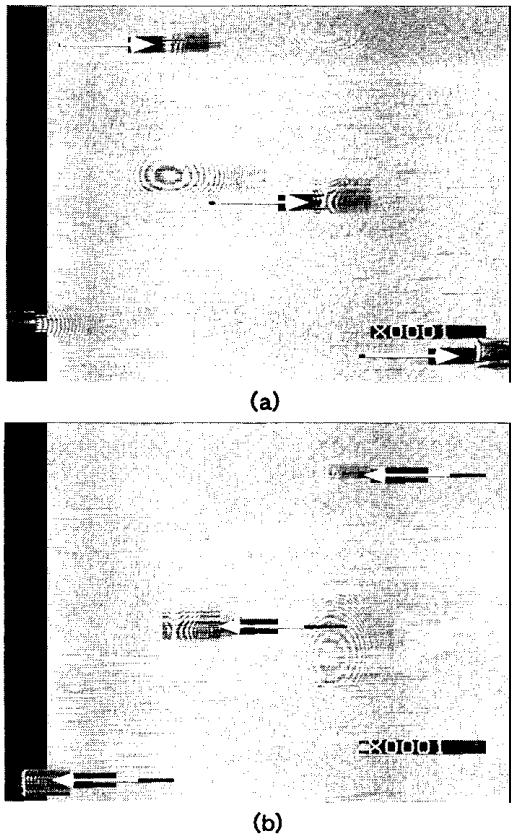


図8 ホログラムの再生結果 (a) 焦点距離256mm, (b) 300mm

つ回折光学素子を設計できることを確認できた。

焦点の数を多くすると、各焦点へ光が分配されるので、各焦点の輝度は低下した。また、輝点の位置が0次光の中心から遠くなるほど、輝度が低下した。これは、ホログラムの標本化間隔が波長の10倍程度もあるので、回折効率が不十分で、大きな角度で回折することができないためと思われる。

今まで示した結果は、実像をCCDチップで撮影したものであるが、レーザのパワーをNDフィルターにより、十分に減衰させて、ホログラムを透過した光を直接肉眼で観察することにより、虚像の観察も行った。ホログラムが8×6mmと小さいため、両眼での観察はできないが、単眼で観察位置を変えることによる視差効果を利用して観察した。

観察位置を変えることによる、オブジェクトの移動の度合いを比較すると、手前にある256mmの像の方が、奥にある300mmの像よりも、移動距離が大きく、自然な立体感を感じながら観察できた。フレネルタイプのホログラムなので、上下方向の立体感も有していた。

4 結 言

計算機ホログラムの演算を、位相行列とオブジェクトベクトルとの行列積の形式になるように定式化した。そして、任意の形状のオブジェクトから発せられる波面をホログラムに変換するソフトウェアを開発した。本計算方法は、行列積の形式となるので、各ベクトル毎に独立・並列の演算が可能であり、演算自体も積と和の累算だけでよい。このため、ハードウェアによる高速計算に好都合である。

また、計算で求めたホログラムパターンを、フィルムに写真縮小法で記録して、異なる焦点距離で多数点に同時に集光できる回折光学素子を試作した。He-Neレーザでホログラムを再生し、設計通りにホログラムが回折光学素子として機能していることを確認した。しかし、本研究で試作したフィルム撮影による回折光学素子は、波長に対して精細度が不足しているため、短い焦点距離の実現は困難である。本理論の検証用には十分であるが、実用的な素子として使用するには現実的ではない。実用的な回折光学素子を製作するには、マイクロ・リソグラフィや、マイクロマシン技術の導入が必要である。

また、虚像を肉眼で観察し、立体像の再生を確認できた。本研究で行った計算手法は、将来の計算機の発展とマイクロマシン技術の発展により、相乗的に可能性が広がるものであり、大きなサイズのホログラムが作製できるようになると、たとえば3次元テレビなどへの応用が期待できる。

今後は、行列表現できることを利用して、他の画像処理を組み込んだホログラムへの変換方法を検討していき

たい。

本研究を進めるに当り、ホログラムに関して有益な議論を頂いた東北学院大学工学部の木村光照教授、数値計算に関して指導して頂いた岩手大学工学部の田山典男教授に厚く御礼申し上げます。

文 献

- 1) 応用物理学会・日本光学会編：微小光学の物理的基礎，朝倉書店(1991).
- 2) 久保田敏弘：ホログラフィ入門，朝倉書店(1995).
- 3) 鈴木正根：実践ホログラフィ技術，オプトロニクス社(1993).
- 4) 辻内順平：ホログラフィー，丸善(1993).
- 5) H. Ishiguro et al., "A Laser-Detector-Hologram Unit with IV Amplifiers and Built-in Micro-Mirror," ISSCC Digest of Technical Papers, 330-331(1996).
- 6) SHARP, Semiconductor Data Book 半導体レーザ編, 54-80(1995).
- 7) 吉川浩, 佐々木建光：動画ホログラフィの情報低減，画像電子学会誌，22，329-336(1993).
- 8) M. Lucente, "Interactive computation of holograms using a look-up table", Journal of Electronic Imaging, 2, 28-34(1993).